

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Департамент образования и науки Тюменской области
Департамент образования города Тюмени
МАОУ СОШ №26 города Тюмени

РАССМОТРЕНО
на заседании ШМО
Протокол №1
от 29 августа 2023 года

СОГЛАСОВАНО
Заместитель директора
Мошков А.В.
30 августа 2023 года

УТВЕРЖДЕНО
Приказом директора от
30 августа 2023 года
№50-о

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

элективного курса по математике

"Практикум по решению задач по математике»

для среднего общего образования.

Срок освоения программы: 2 года (10-11 класс)

Составители:
Ганеев Д.В
учитель математики

Тюмень, 2023 год

Пояснительная записка к элективному учебному курсу по алгебре и началам математического анализа «Практикум по решению задач по математике».

Особенностью элективного учебного предмета является возможность обучения учащихся решению задач, не входящих в программный материал, но широко используемый при сдаче единого государственного экзамена. В предложенной программе рассматриваются задачи с параметрами, причем, кроме использования определенных алгоритмов решения уравнений и неравенств, приходится обдумывать, по какому признаку нужно разбить множество значений параметра на классы, следить за тем, чтобы не пропустить какие-либо тонкости. Кроме этого, стандартные задачи систематизируются: делятся на классы. Причем идея решения «элементарных задач с параметрами» прослеживается и при решении иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств.

Цели:

- понимание смысла решаемых задач;
- расширение знаний по математике, выходящих за курс средней школы;
- воспитание понимания значимости математики.

Задачи:

- развитие интеллекта;
- обогащение и совершенствование знаний.

Основные требования к уровню подготовки учащихся.

В результате изучения данного элективного предмета учащиеся должны:

- уметь решать сложные и нестандартные задачи по математике;
- анализировать и обобщать полученные в результате изучения знания.

Содержание курса.

10 класс

Тема 1. Квадратные уравнения и неравенства с параметрами. (4ч)

В данной теме рассматриваются квадратные уравнения и неравенства, сводящиеся к ним, решаются задачи с использованием свойств квадратного трехчлена, причем выделяются четыре основных подхода к изучению квадратного трехчлена:

- метод выделения полного квадрата;
- нахождение корней квадратного трехчлена с последующей работой с полученными корнями;
- использование теоремы Виета;
- использование графических представлений о квадратном трехчлене.

При решении конкретных задач не исключается одновременное использование нескольких подходов.

Тема 2. Решение уравнений и неравенств, содержащих знак модуля, при наличии параметра. (4ч)

В данной теме рассматривается решение уравнений аналитическим способом (методом интервалов в том числе), а также графическим способом решения, который является более наглядным и в ряде случаев дает более простое решение.

Тема 3. Решение показательных уравнений и неравенств с параметрами. (5ч)

В данной теме рассматриваются показательные уравнения и неравенства с параметрами, которые зависят от вида конкретного уравнения и неравенства, причем при решении уравнений и неравенств с параметрами надо помнить, что функция вида $y = a^x$ ($a > 0$) всегда больше нуля.

Тема 4. Иррациональные уравнения и неравенства с параметрами. (5ч)

При решении иррациональных уравнений и неравенств основным методом решения иррациональных уравнений и неравенств является сведение их к рациональным путем возведения обеих частей в одинаковую степень. При этом нужно следить за эквивалентностью получаемых уравнений и неравенств исходным. Кроме того, следует помнить, что функция $y = x^n$, $n \in \mathbb{N}$ всегда неотрицательна, а областью определения этой функции является множество решений неравенства $f(x) \geq 0$. Во многих случаях удобно пользоваться также равносильными переходами.

Тема 5. Решение логарифмических уравнений и неравенств с параметрами. (5ч)

При решении логарифмических уравнений и неравенств с параметрами надо помнить, что функция $y = \log_a x$ определена при $a > 0$, $a \neq 1$ и $x > 0$, поэтому решение логарифмических уравнений надо начинать с нахождения области допустимых значений (ОДЗ) неизвестной величины и параметров.

Тема 6. Задачи с параметрами (5ч)

В данной теме рассматриваются задания различного уровня сложности.

Тема 7. Избранные задачи с параметрами. (6ч)

В данной теме рассматриваются задачи, относящиеся ко всем ранее разобранным разделам. Они представляют набор тренировочных задач, данных неупорядоченно. При таком подходе не происходит отработки навыков решения задач какого-то определенного типа, поэтому перед обучающимся ставится задача: самостоятельно проводить классификацию задач и выбор способа решения.

11 класс

Тема 1. Текстовые задачи (5 часов)

Логика и общие подходы к решению текстовых задач. Простейшие текстовые задачи. Основные свойства прямо и обратно пропорциональные величины. Проценты, округление с избытком, округление с недостатком. Выбор оптимального варианта. Выбор варианта из двух возможных. Выбор варианта из трех возможных. Выбор варианта из четырех возможных. Текстовые задачи на проценты, сплавы и смеси, на движение, на совместную работу.

Тема 2. Тригонометрия (5 часов)

Вычисление значений тригонометрических выражений. Преобразования числовых тригонометрических выражений. Преобразования буквенных тригонометрических выражений. Тригонометрические уравнения и неравенства. Простейшие тригонометрические уравнения. Два метода решения тригонометрических уравнений: введение новой переменной и разложение на множители. Однородные тригонометрические уравнения.

Тема 3. Планиметрия (5 часов)

Треугольник. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат. Трапеция. Окружность и круг. Окружность, вписанная в треугольник, и

окружность, описанная около треугольника. Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника. Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника. Координатная плоскость. Векторы. Вычисление длин и площадей.

Задачи, связанные с углами. Многоконфигурационные планиметрические задачи.

Тема 4. Стереометрия (5 часов)

Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма. Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде. Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида. Сечения куба, призмы, пирамиды. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности. Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями. Площадь поверхности составного многогранника.

Тема 5. Производная (5 часов)

Понятие о производной функции, геометрический смысл производной. Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Вторая производная и ее физический смысл. Исследование функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Наибольшее и наименьшее значение функций. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Исследование производных и частных. Исследование тригонометрических функций. Исследование функций без помощи производной.

Тема 6. Типовые задания С1, С2, С3, С4, С5, С6 (8 часов)

Тригонометрические уравнения: методы решений и отбор корней.

Арифметический способ. Алгебраический способ. Геометрический способ. Основные методы решения тригонометрических уравнений. Тригонометрические уравнения, линейные относительно простейших тригонометрических функций. Тригонометрические уравнения, сводящиеся к алгебраическим уравнениям с помощью замены. Метод разложения на множители.

Комбинированные уравнения.

Многогранники: типы задач и методы их решения.

Расстояния и углы. Расстояние между двумя точками. Расстояние от точки до прямой.

Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

Угол между двумя прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями.

Площади и объемы. Площадь поверхности многогранника. Площадь сечения многогранника. Объем многогранника.

Системы неравенств с одной переменной.

Решение показательных и логарифмических неравенств.

Показательные неравенства.

Логарифмические неравенства. Смешанные неравенства. Системы неравенств.

Планиметрические задачи с неоднозначностью в условии (многовариантные задачи)

Функция и параметр. Функции, заданные в явном виде. Применение свойств функции. Функции, заданные в неявном виде. Решение задач разными способами.

Задачи на целые числа. Делимость целых чисел. Десятичная запись числа. Сравнения. Выражения с числами. Выражения с переменными. Методы решения уравнений и неравенств в целых числах.

Итоговое занятие.

Календарно-тематическое планирование, 10 класс

1ч в неделю, всего 34 часа

Номер темы	Содержание материала	Количество часов	Дата
1	Квадратные уравнения и неравенства с параметрами	4	
2	Решение уравнений, содержащих знак модуля, при наличии параметра	4	
3	Решение показательных уравнений и неравенств с параметрами	5	
4	Иррациональные уравнения и неравенства с параметрами	5	
5	Логарифмические уравнения с параметрами	5	
6	Задачи с параметрами	5	
7	Избранные задачи с параметрами	6	

Календарно-тематическое планирование, 11 класс

1ч в неделю, всего 33 часа

№	Раздел	Количество часов
1	Текстовые задачи	5
2	Тригонометрия	5
3	Планиметрия	5
4	Стереометрия	5
5	Производная	5
6	Типовые задания С1, С2, С3, С4, С5, С6	8
7	ИТОГО	33

ПРИЛОЖЕНИЕ

Календарно – тематическое планирование 10 класс

№	Содержание (разделы, темы)	Количество часов	Дата
Текстовые задачи (10 часов)			
1	Введение.	1	
2	Текстовые задачи и способы их решения.	1	
3	Решение задач на движение.	1	
4	Решение задач на движение.	1	
5	Решение задач на проценты.	1	
6	Решение задач на работу.	1	
7	Решение задач на сплавы, смеси и растворы.	1	
8	Решение задач с использованием информации, представленной в виде таблиц, диаграмм и графиков.	1	
9	Решение сюжетных и прикладных задач социально-экономического и физического характера.	1	
10	Математические задачи из ЕГЭ	1	
Теория чисел (5 часов)			
11	Признаки делимости.	1	
12	Делимость суммы, разности, произведения.	1	
13	Простые и составные числа. НОК, НОД.	1	
14	Решение задач логическим подбором.	1	
15	Решение задач логическим подбором.	1	
Алгебраические уравнения и неравенства (6 часов)			
16	Решение уравнений и неравенств разложением многочлена на множители.	1	
17	Решение симметричных и возвратных уравнений.	1	

18	Решение алгебраических неравенств «обобщённым» методом интервалов.	1	
19	Решение уравнений и неравенств, содержащих модули.	1	
20	Решение уравнений и неравенств с использованием свойств входящих в них функций.	1	
21	Решение уравнений и неравенств с использованием свойств входящих в них функций.	1	
Обобщающее повторение курса «Планиметрия» (7 часов)			
22	Решение задач на свойства прямоугольного треугольника.	1	
23	Решение задач на нахождение высоты и биссектрисы треугольника.	1	
24	Решение задач на использование свойств четырехугольников	1	
25	Решение задач на отношение отрезков и площадей.	1	
26	Решение задач на использование свойств касательной к окружности.	1	
27	Решение задач по теме «Касающиеся и пересекающиеся окружности»	1	
28	Решение задач на пропорциональные отрезки в окружности.	1	
Задачи с параметрами (6 часов)			
29	Решение линейных уравнений и уравнений, приводимых к линейным	1	
30	Решение квадратных уравнений	1	
31	Решение уравнений, приводимых к квадратным	1	
32	Решение квадратных неравенств с параметром	1	
33	Решение квадратных неравенств с параметром	1	
34	Итоговое занятие	1	

Календарно – тематическое планирование 11 класс

№ ур ока	Наименование разделов и тем	Количество часов	Дата проведения
Текстовые задачи (5 часов)			
1	Простейшие текстовые задачи. Выбор оптимального варианта	1	
2	Текстовые задачи на проценты, сплавы и смеси	1	
3		1	
4	Текстовые задачи на движение и совместную работу	1	
5		1	
Тригонометрия (5 часов)			
6	Преобразования числовых и буквенных тригонометрических выражений.	1	
7		1	
8	Методы решения тригонометрических уравнений	1	
9		1	
10		1	
Планиметрия (5 часов)			
11	Вычисление длин и площадей	1	
12	Задачи, связанные с углами	1	
13	Углы и расстояния в пространстве	1	
14		1	
15	Многоконфигурационная планиметрическая задача	1	
Стереометрия (5 часов)			
16	Параллелепипед, куб	1	
17		1	
18	Призма	1	
19	Пирамида	1	
20	Составные многогранники	1	
Производная (5 часов)			
21	Применение производной к исследованию функций	1	
22		1	
23	Исследование произведений и частных	1	
24	Исследование тригонометрических функций	1	
25	Исследование функций без помощи производной	1	

Типовые задания ЕГЭ (8 часов)			
26	Задания С1. Тригонометрические уравнения	1	
27	Задания С2. Углы и расстояния в пространстве	1	
28	Задания С3. Неравенства, системы неравенств	1	
29		1	
30	Задания С4. Многоконфигурационная планиметрическая задача	1	
31		1	
32	Задания С5. Уравнения, неравенства, системы с параметром	1	
33	Задания С6. Числа и их свойства	1	

Контрольно-измерительные материалы по курсу **Текстовые задачи**

1. В университетскую библиотеку привезли новые учебники по геометрии для 2—3 курсов, по 280 штук для каждого курса. Все книги одинаковы по размеру. В книжном шкафу 7 полок, на каждой полке помещается 30 учебников. Сколько шкафов можно полностью заполнить новыми учебниками?
2. Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,5 г 3 раза в день в течение 21 дня. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?
3. Оптовая цена учебника 170 рублей. Розничная цена на 20% выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 7000 рублей?
4. Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 65 миль в час? Ответ округлите до целого числа.
5. Для того, чтобы связать свитер, хозяйке нужно 800 граммов шерсти красного цвета. Можно купить красную пряжу по цене 80 рублей за 100 г, а можно купить неокрашенную пряжу по цене 50 рублей за 100 г и окрасить ее. Один пакетик краски стоит 20 рублей и рассчитан на окраску 400 г пряжи. Какой вариант покупки дешевле? В ответ напишите, сколько рублей будет стоить эта покупка.
6. Для изготовления книжных полок требуется заказать 48 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла $0,25 \text{ м}^2$. В таблице приведены цены на стекло, а также на резку стекла и шлифовку края. Сколько рублей будет стоить самый дешевый заказ?

Фирма	Цена стекла (руб. за 1 м^2)	Резка и шлифовка (руб. за одно стекло)
А	420	75
Б	440	65

В	470	55
---	-----	----

7. Независимая экспертная лаборатория определяет рейтинг R бытовых приборов на основе коэффициента ценности, равного $0,01$ средней цены P , показателей функциональности F , качества Q и дизайна D . Каждый из показателей оценивается целым числом от 0 до 4. Итоговый рейтинг вычисляется по формуле

$$R = 4(2F + 2Q + D) - 0,01P.$$

В таблице даны средняя цена и оценки каждого показателя для нескольких моделей электрических мясорубок. Определите наивысший рейтинг представленных в таблице моделей электрических мясорубок.

Модель мясорубки	Средняя цена	Функциональность	Качество	Дизайн
А	4600	2	0	2
Б	5500	4	3	1
В	4800	4	4	4
Г	4700	2	1	4

8. Четыре рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять рубашек дороже куртки?
9. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.
10. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту быстрее, чем первая труба?

Тригонометрия

1. Решите уравнение $\sin \frac{\pi x}{3} = 0,5$. В ответе напишите наименьший положительный корень.
2. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если
3. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} \quad \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi \right).$$

$$\frac{7 \sin \alpha + 13 \cos \alpha}{5 \sin \alpha - 17 \cos \alpha} = 3$$

4. Найдите значение

$$\frac{12 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$$

выражения

5. Найдите значение

$$36\sqrt{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{4}.$$

выражения

6. Найдите значение
выражения

$$\frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ \cdot 8}{\operatorname{tg} \left(17^\circ \frac{3\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{31\pi}{4} \right)}$$

7. Найдите значение
выражения

$$\frac{2 \operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{7\pi}{4} \right) + \cos \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha \right)}{\sin(\alpha + \pi)}$$

8. Найдите значение
выражения

$$\cos \left(\frac{3\pi}{2} + 2x \right) = \cos x.$$

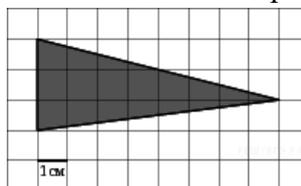
9. Найдите значение выражения

10. Дано уравнение а) Решите уравнение; б) Укажите

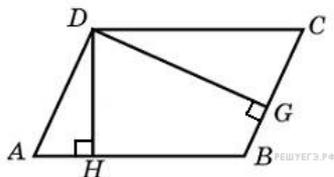
корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi \right]$.

Планиметрия

1. На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных



сантиметрах.



2. Стороны параллелограмма равны 9 и 15. Высота, опущенная на первую сторону, равна 10. Найдите высоту, опущенную на вторую сторону параллелограмма.

3. Диагонали четырехугольника равны 4 и 5. Найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырехугольника.

4. Средняя линия и высота трапеции равны соответственно 3 и 2. Найдите площадь трапеции.

5. Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими

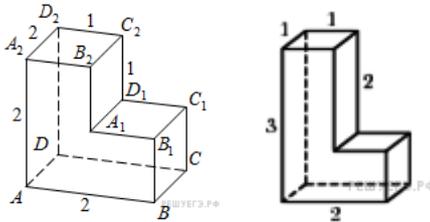
окружностями, радиусы которых равны $\frac{4}{\sqrt{\pi}}$ и $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$.

ABC

6. Стороны правильного треугольника равны 3. Найдите скалярное произведение векторов \vec{AB} и \vec{AC} .
7. Точки $O(0; 0)$, $A(6; 8)$, $B(6; 2)$, $C(0; 6)$ являются вершинами четырехугольника. Найдите абсциссу точки P пересечения его диагоналей.
8. В треугольнике ABC , $AC = 5$, $\sin A = \frac{7}{25}$. Найдите AB .
9. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 75° , угол CAE равен 35° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.
10. На прямой, содержащей медиану AD прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C , взята точка E , удаленная от вершины A на расстояние, равное 4. Найдите площадь треугольника BCE , если $BC = 6$, $AC = 4$.

Стереометрия

1. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ медианы основания ABC пересекаются в точке O . Площадь треугольника ABC равна 2; объем пирамиды равен 6. Найдите длину отрезка OS .
2. Найдите квадрат расстояния между вершинами C и A_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 5$, $AD = 4$, $AA_1 = 3$, между вершинами A_1 и C_2 .
3. Найдите расстояние



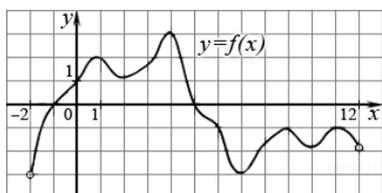
многогранника, изображенного на рисунке.

4. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке
5. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его площадь поверхности увеличится на 54. Найдите ребро куба.
6. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 5, а высота – 10.
7. Найдите площадь поверхности правильной четырехугольной пирамиды, стороны основания которой равны 6 и высота равна 4.

8. Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.
9. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите косинус угла между плоскостями $BA_1 C_1$ и $BA_1 D_1$.
10. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны ребра: $AD = 8, CC_1 = 16$ и $AB = 6$. Найдите угол между плоскостями ABC и $A_1 DB$.

Производная

1. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость в (м/с) в момент времени $t = 6$ с. является касательной к графику функции $y = x^3 + 7x^2 + 7x - 6$. Найдите абсциссу точки касания.
3. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определенной на интервале $(-2; 12)$. Найдите сумму точек экстремума функции $f(x)$.



4. Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 27x$ на отрезке $[0; 4]$. $y = -\frac{x^2 + 1}{x}$.
5. Найдите точку минимума функции $y = (x + 3)^2(x + 5) - 1$.
6. Найдите наименьшее значение функции на отрезке $[-4; -1]$.
7. Найдите наибольшее значение функции $y = 12 \cos x + 6\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}\pi + 6$ на отрезке $[0; \frac{\pi}{2}]$.
8. Найдите наименьшее значение функции $y = 5 \sin x + \frac{24}{\pi}x + 6$ на отрезке $[-\frac{5\pi}{6}; 0]$.
9. Найдите точку минимума функции $y = \sqrt{x^2 - 6x + 11}$.
10. Найдите наибольшее значение функции $f(x) = \cos 2x - \cos x$.

Вычисления и преобразования

1. Решите уравнение $\frac{6}{13}x^2 = 19\frac{1}{2}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.
2. Найдите корень уравнения $\frac{1}{7x-15} = \frac{1}{4x+3}$
3. Найдите корень уравнения: $\sqrt{-72+17x} = x$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.
4. Найдите $\frac{p(b)}{p(\frac{1}{b})}$, если $p(b) = \left(b + \frac{3}{b}\right) \left(3b + \frac{1}{b}\right)$ при $b \neq 0$.
5. Найдите значение $\frac{\sqrt[5]{10} \cdot \sqrt[5]{16}}{\sqrt[5]{5}}$ выражения
6. Найдите значение $\frac{\sqrt[42]{m} \cdot \sqrt[7]{m}}{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}$ при $m = 125$ выражения
7. Найдите значение $\frac{6^{4,5}}{a^{3,21} \cdot a^{7,36}}$ выражения
8. Найдите значение $\frac{a^{8,57}}{24(\sin^2 17^\circ - \cos^2 17^\circ)}$ при $a = 12$. выражения
9. Найдите значение $\cos \frac{8\pi x}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ выражения
10. Найдите корни уравнения:
В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

Практико – ориентированные задачи

1. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.
2. По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$, где ε — ЭДС источника (в вольтах), $r = 1$ Ом — его внутреннее сопротивление, R — сопротивление цепи (в Омах). При каком наименьшем

сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 20% от силы

тока короткого замыкания $I_{кз} = \frac{\epsilon}{r}$? (Ответ выразите в Омах.)

3. Расстояние (в км) от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта

$$l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}, \text{ где } R = 6400$$

вычисляется по формуле _____ км — радиус Земли.

Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 6,4 километров?

4. В ходе распада радиоактивного изотопа, его масса уменьшается по закону

$$m(t) = m_0 \cdot 2^{-t/T}, \text{ где } m_0$$

— начальная масса изотопа, t (мин) — прошедшее от начального момента время, T — период полураспада в минутах. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 40$ мг изотопа Z , период полураспада которого $T = 10$ мин. В течение скольких минут масса изотопа будет не меньше 5 мг?

5. Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $v = 3$ моля воздуха объемом $V_1 = 8$ л, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема V_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется

$$A = \alpha v T \log_2 \frac{V_1}{V_2} \text{ (Дж)}, \text{ где } \alpha = 5,75$$

выражением _____ — постоянная, а $T = 300$ — температура воздуха. Какой объем (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 10350 Дж?

6. Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернетизданий на основе оценок информативности In , оперативности Op , объективности публикаций Tr , а также качества сайта Q . Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от 1 до 5. Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций — вдвое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким

$$R = \frac{2In + Op + 3Tr + Q}{A}$$

образом, формула приняла вид _____. Каким должно быть число A , чтобы издание, у которого все оценки наибольшие, получило бы рейтинг 1?

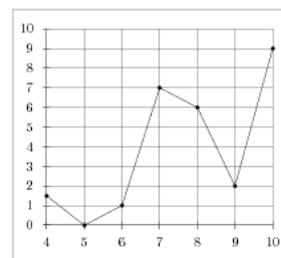
7. Мяч бросили под углом α к плоской горизонтальной поверхности земли.

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

Время полета мяча (в секундах) определяется по формуле _____. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) время полета будет не меньше 3 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 30$ м/с?

Считайте, что ускорение свободного падения _____ м/с.

8. На рисунке изображен график осадков в Калининграде с 4 по 10 февраля 1974 г. На оси абсцисс откладываются дни, на оси ординат — осадки в мм.
9. В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 10 черных, 2 желтых и 8 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет зеленое такси.
10. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно два раза.



Стереометрия

- Высота конуса равна 6, а диаметр основания – 16. Найдите образующую конуса.
- Площадь боковой поверхности цилиндра равна 21π , а диаметр основания равен 7. Найдите высоту цилиндра.
- Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Образующая конуса равна $7\sqrt{2}$. Найдите радиус сферы.
- Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 111. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
- Сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2300 см^3 воды и погрузили в воду деталь. При этом уровень воды поднялся с отметки 25 см до отметки 27 см. Найдите объем детали. Ответ выразите в см^3 .
- Правильная четырехугольная призма описана около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите площадь боковой поверхности призмы.
- Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, боковое ребро равно 5. Найдите объем призмы.
- Найдите высоту правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 2, а объем равен $\sqrt{3}$.
- Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен 6. Найдите объем шара.
- В куб с ребром 3 вписан шар. Найдите объем этого шара, деленный на π .

$$\frac{2\sin^2 x + 2\sin x \cos 2x - 1}{\sqrt{\cos x}} = 0$$

1. С1 Решите уравнение

2. С1 а) Решите уравнение

б) Укажите

$$\sin x + \left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2} \right) \left(\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} \right) = 0$$

$$\left[\pi, \frac{5\pi}{2} \right].$$

корни этого уравнения,
принадлежащие промежутку

3. С2 В правильном тетраэдре найдите угол между высотой тетраэдра DH и медианой BM боковой грани ABC .

4. С2 Дана правильная треугольная пирамида $DABC$ с вершиной D .

Сторона основания пирамиды равна $\sqrt{6}$, высота равна $\sqrt{30}$. Найдите расстояние от середины бокового ребра BD до прямой MT , где точки M и T — середины ребер AC и AB соответственно.

5. С3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{\log_x 2x}(6x-2) \geq 0, \\ 20^x - 64 \cdot 5^x - 4^x + 64 \leq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 2^x + 6 \cdot 2^{-x} \leq 7, \\ \frac{2x^2 - 4x}{x-4} \leq x. \end{cases}$$

6. С3 Решите систему неравенств

7. С4 Найдите длину отрезка общей касательной к двум окружностям, заключенного между точками касания, если радиусы окружностей равны 23 и 7, а расстояние между центрами окружностей равно 34.

8. Дан треугольник ABC . Точка E на прямой AC выбрана так, что треугольник ABE , площадь которого равна 14, — равнобедренный с основанием AE и высотой BD . Найдите площадь треугольника ABC , если

$$\angle ABE = \angle CBD = \alpha, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{24}{7}$$

известно, что

9. С5 Найдите все значения a , при каждом из которых множеством решений неравенства $\sqrt{5-x} + |x+a| \leq 3$ является отрезок.

10. Найти все значения a , при каждом из которых функция

$$f(x) = x^2 - 2|x - a^2| - 8x$$

имеет более двух точек экстремума.

11. Перед каждым из чисел 14, 15, ..., 20 и 4, 5, ..., 8 произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего от каждого из образовавшихся чисел первого набора отнимают каждое из образовавшихся чисел второго набора, а затем все 35 полученных результатов складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

12. Сумма двух натуральных чисел равна 43, а их наименьшее общее кратное в 120 раз больше их наибольшего общего делителя. Найдите эти числа.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП

Сертификат 1159140751877878898921129440081436868981209269

Владелец Метальникова Елена Валерьевна

Действителен с 15.12.2023 по 14.12.2024